设 A 是拓扑空间 X 的（强）形变收缩核，$H: X\times I\to X$ 是相应的（强）形变收缩. 记 $\sim$ 是商映射 $p: X\to X/\sim$ 确定的等价关系，若 $\forall x,y$ 使 $p(x)=p(y)$ ，都有 $p(H(x,t))=p(H(y,t)),\forall t\in I$ ，则 $A/\sim$ 是 $X/\sim$ 的（强）形变收缩核，相应的（强）形变收缩 $H': X/\sim\times I\to X/\sim$ 构造为 $H'(x,t)=p\circ H(p^{-1}(x),t)$.

（强）形变收缩核的三条性质容易验证，值得注意的是其中只有 $\forall x'\in X/\sim, H'(x',1)\in A/\sim$ 需要用到 $\forall x,y$ 使 $p(x)=p(y)$ ，都有 $p(H(x,t))=p(H(y,t)),\forall t\in I$ 的条件，这是为了保证 H' 的良定义性.

下面来验证 H' 的连续性. $\forall U\in\tau_{X/\sim}$ ， $H'^{-1}(U)=\{(x',t)\in X/\sim\times I: H'(p^{-1}(x'),t)\in V=p^{-1}(U)\}=\{(p(x),t):(x,t)\in W=H^{-1}(V)\}$

定义 $P: X\times I\to X/\sim\times I$ 为 $P(x,t)=(p(x),t)$ ，把 P 看作商映射，在 $X/\sim\times I$ 上定义拓扑 $\tau_1=\{U\times V: P^{-1}(U\times V)\in\tau_{X\times I}\}$，则 $H'^{-1}(U)=P(W)$ ，可以证明它是这个拓扑下的开集. 只需要证明 $P^{-1}(P(W))=W$ （因为 W 是开集）. 若这不成立，则 $\exists(x,t_0)\in(X\times I)\backslash W,(y,t_0)\in W$ 使得 $p(x)=p(y)$. 按照条件应有 $p\circ H(x,t_0)=p\circ H(y,t_0)$ ，但 $p\circ H(x,t_0)\notin U$ 而 $p\circ H(y,t_0)\in U$ ，矛盾.

接下来就只需要证明 $X/\sim\times I$ 作为乘积空间确定的拓扑 τ_2 比 $\tau_1=\left\{U\times V: P^{-1}(U\times V)=\bigcup_{U_\lambda\in\tau_X,V_\lambda\in\tau_I}(U_\lambda\times V_\lambda)\in\tau_{X\times I}\right\}$ 大. 可以证明，$\forall U\times V\in\tau_1$ ，U 是开集. 只需证明 $p^{-1}(U)$ 是开集，而这是因为 $P^{-1}(U\times V)=p^{-1}(U)\times V=\bigcup_{U_\lambda\in\tau_X,V_\lambda\in\tau_I}(U_\lambda\times V_\lambda)$ ，$\forall x\in p^{-1}(U)$ ，$\exists U_{\lambda_0}$ 使 $x\in U_{\lambda_0}\subset p^{-1}(U)$ ，从而 $p^{-1}(U)$ 每一点都是内点. 同理可以证明 V 中每一点都是内点，进而 $U\times V$ 是 τ_2 中的开集. 这就证明了整个命题.

事实上，我们还能证明 $\tau_2\subset\tau_1$.
$\forall\bigcup_{p^{-1}(U_\lambda)\in\tau_X,V_\lambda\in\tau_I}(U_\lambda\times V_\lambda)\in\tau_2$，
$P^{-1}(\bigcup_{p^{-1}(U_\lambda)\in\tau_X,V_\lambda\in\tau_I}(U_\lambda\times V_\lambda))=\bigcup_{p^{-1}(U_\lambda)\in\tau_X,V_\lambda\in\tau_I}(p^{-1}(U_\lambda)\times V_\lambda)\in\tau_{X\times I}$，故也在 τ_1 中.